

## 小波分析在树木气象学中的应用

王经民

(西北农林科技大学 生命科学院, 陕西 杨陵 712100)

**摘要:**利用 Meyer 小波函数,对太阳活动,欧洲湿润林年轮宽度的相对指数、模数序列进行小波分析,得到在不同分辨率上的周期有 80~90、33、22、11、6、3 a 周期,其作用较大的周期是 80~90 a 和 11 a 周期。在低频上,太阳活动有随时间尺度增加的趋势。欧洲赤松林年轮宽度的周期有 80 a 左右的周期,40、15、10、5~6 a 的周期。从逼近信息看,123 a 来树木年轮宽度的相对模数的时间尺度基本平稳略有下降之势。欧洲赤松林年轮宽度与太阳活动有密切关系,在  $2^4$  分辨率上太阳活动与欧洲赤松林年轮相对指数都有 3 个周期,其中有 2 个周期基本吻合。在  $2^3$  分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有 5 个周期,其中有 4 个周期基本吻合。在  $2^2$  分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有 11 个周期,其中有 9 个周期基本吻合。

**关键词:**小波分析;太阳活动;树木年轮

**中图分类号:**S711 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-7461(2004)04-0024-04

### Wavelet Analysis Applied in Dendroclimatology

WANG Jing-min

万方数据

(College of Life Sciences, NW Sci-Tech Univ. of Agr. and For., Yangling, Shaanxi 712100, China)

**Abstract:** Law of solar activity and width of tree growth-rings were analyzed by wavelet. There were periods of 80~90 a, 33 a, 22 a, 11 a, 6 and 3 a for solar activity. There are periods of 80 a, 40 a, 15 a, 10 a, 5~6 a for width of tree growth-rings of *Pinus sylvestris* in Voronezh region. It is indicated that relationship existed between width tree growth-rings and solar activity.

**Key words:** Wavelet analysis; solar activity; tree growth-ring

经典的 Fourier 分析是一个应用十分广泛的数学工具,它可以对信号在频域进行全局分析。由于信号的复杂性和多尺度性,常常需要对信号进行局部的或时频域同时分析,近年来发展的小波变换为我们提供了有力的数学工具。小波变换可以根据需要对信号的某个时段以不同的分辨率同时进行时频域的研究。小波变换在气候变化和河川径流分析中的得到应用<sup>[1,2]</sup>。本文对太阳活动及欧洲赤松林的年轮宽度信息进行小波分析,直观地揭示了它们在不同尺度上的关系及镶嵌的复杂周期规律。

### 1 小波变换

设  $f(x)$  是平方可积函数,且  $f(x)$  的 Fourier 变换  $\hat{f}(\omega)$  满足“容许性”条件

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty,$$

则称

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} f(x) \bar{\psi}\left(\frac{x-b}{a}\right) dx; \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

是  $f(x)$  的连续小波变换,记为  $(W_{\psi}f)(a, b)$ , 即

$$(W_{\psi}f)(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} f(x) \bar{\psi}\left(\frac{x-b}{a}\right) dx,$$

$\psi(x)$  称为小波函数或小波母函数,  $a$  称为尺度因子,  $b$  称为平移因子。连续小波变换式也可通过内积表示为

$$(W_{\psi}f)(a, b) = (f(x), \psi_{a,b}(x)),$$

其中  $\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ ,  $\bar{\psi}_{a,b}(x)$  表示  $\psi_{a,b}(x)$  的

复共轭。本文选取的是 Meyer 小波。

连续小波变换的内积表达式可粗略地对连续小波变换作解释:数学上的内积可表示 2 个元素的“相似”程度,因此  $(W_\psi f)(a, b)$  表示  $f(x)$  与  $\psi_{a,b}(x)$  的“相似”程度。当  $a = 2^{-j}$ ,  $b = 2^{-j}k$  时,连续小波变换就变成了离散小波变换。在这里由于参数  $a, b$  是连续变化的,当  $a(a > 1)$  增大时,小波变换表示用伸展了的  $\psi(x)$  去观察  $f(x)$ ;反之,当  $a(a < 1)$  变小时,小波变换表示用收缩了的  $\psi(x)$  去观察  $f(x)$  的局部。尺度因子  $a$  由大变小时,  $f(x)$  的小波变换既反映了概貌,也反映了细节的全部信息。从这个意义上说,小波变换是一架“数学放大镜”,也是“数学显微镜”。

由于记录信号的物理仪器都是有限和离散的,因此通常采用的都是离散小波变换,取  $a = 2^{-j}$ ,  $b = 2^{-j}k$  正好和计算机分辨率相吻合。事实上对信号(或函数)  $f(x)$  作小波变换就是将  $f(x)$  向具有不同分辨率的子空间投影。 $f(x)$  在逼近空间和  $2^j$  分辨率细节空间上的投影分别反映了该信号在此空间上的含量成分。也就是说信号  $f(x)$  可以看成是由逼近

近空间上的近似信号和各个不同  $2^j$  分辨率细节空间上的细节信号叠加而成的。近似(低频)信号反映了信号的整体发展趋势。

## 2 结果与分析

森林植被研究表明,年轮宽度在很大程度上取决于生长条件,其中气象因素(日辐射、气温、降水)起着巨大的作用。这些气象因素影响地下水位高度,土壤水分,有害昆虫的繁衍和蔓延,菌病的发展等等,后者又反过来影响树木的生长量。

水文气象因素的动态变化受到具有几种周期过程特征的太阳活动的制约,太阳活动影响大气的强度和类型。从而也对天气和气候并通过它们对植物生长产生作用。文献[3]用 Carruthers 的周期显微法研究了年轮宽度和太阳活动的关系。这里用具有“数学显微镜”之称的小波方法进行分析。

对文献[3]所提供的 1863 ~ 1985 年的太阳活动(单位是伏尔夫数)序列、湿润松林地的欧洲赤松林年轮宽度相对指数序列、模数序列、欧洲赤松林年轮内秋材宽度相对指数序列进行小波分解。在 MA

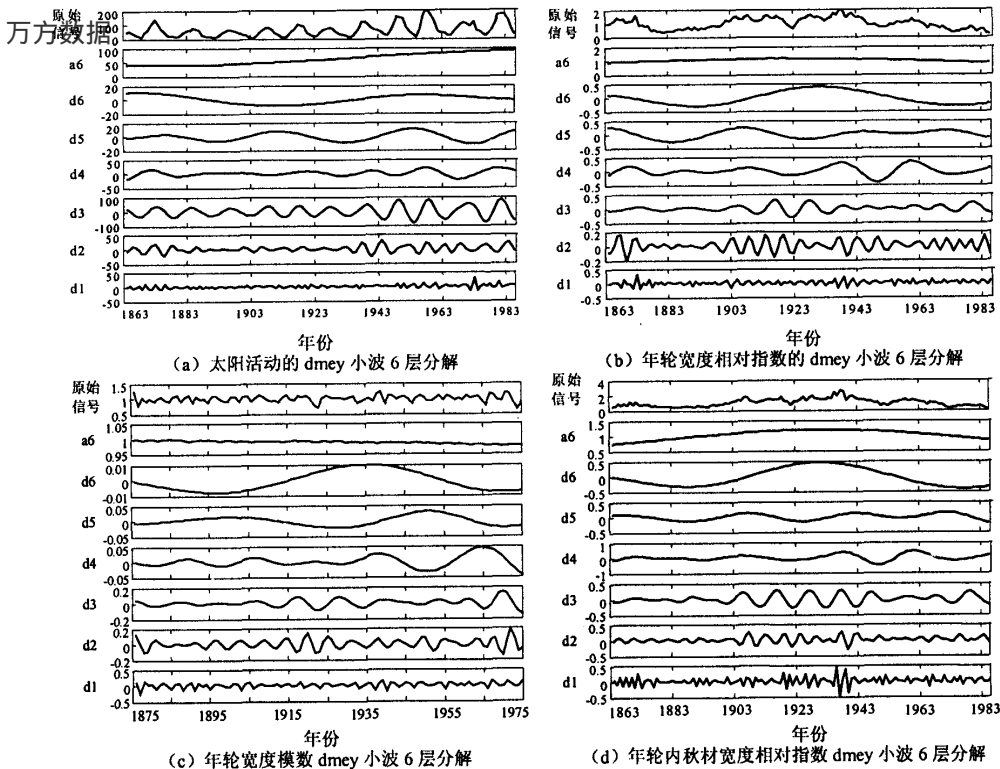


图 1 太阳活动与欧洲赤松林年轮宽度序列小波分解

Fig. 1 Wavelet decompose of solar activity and growth-ring width of *P. sylvestris*.

TLAB6.5 上应用 Meyer 小波进行 6 层分解 (图 1)。图中第一个序列为原始序列,横坐标为时间(a),纵坐标为时间尺度。除原始序列外,还有 7 个频带,即 1 个低频带,6 个高频带。

### 2.1 太阳活动的小波分析

从图 1(a)看出,太阳活动具有多种复杂的周期性。在  $2^5$  分辨率上有 80~90 a 的周期,在  $2^4$  分辨率上有 33 a 的周期, $2^3$  分辨率上有 22 a 的周期, $2^2$  分辨率上有 11 a 周期, $2^1$  分辨率上有 6 a 周期, $2^0$  分辨率上有 3 a 的周期(也可以看作是随机成分),但不明显。其中 33 a 周期,22 a 周期和 11 a 周期明显且规则。和文献[3]的观点基本一致。从逼近(低频)信息看,123 a 的太阳活动的时间尺度有逐年上升的趋势,这一点在原始序列中是观察不到的。

### 2.2 树木年轮宽度的小波分析

从图 1 的(b)、(c)、(d)看出,欧洲赤松林的树木年轮的相对模数、模数、年轮内秋材的相对模数三者各个分辨率上几乎有相同的周期波动。从逼近信息看,123 a 来树木年轮宽度的相对模数的时间尺度基本平稳略有下降之势。而年轮内秋材宽度的相对指数的时间尺度随时间变化先升后降。

从树木年轮的周期性看,在  $2^5$  分辨率上有 80 多 a 的周期性,在  $2^4$  分辨率上有近 40 a 的周期性,在  $2^3$  分辨率上有 15 a 左右的周期周期性,在  $2^2$  分辨率上有 10 a 左右的周期性,在  $2^1$  分辨率上有 5~6 a 的周期性。

### 2.3 太阳活动对树木年轮宽度的影响

由于太阳活动影响大气的强度和类型,从而影响气候,进而影响植物生长。那么从对太阳活动与树木年轮相对指数的小波分析结果来看(图 2),在  $2^4$  分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有 3 个周期,其中有 2 个周期基本吻合。在  $2^3$  分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有 5 个周期,其中有 4 个周期基本吻合。在  $2^2$  分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有 11 个周期,其中有 9 个周期基本吻合。在  $2^1$  分辨率上周期性的吻合情况也相当好。这说明欧洲赤松林年轮宽度与太阳活动有密切关系。利用这种关系可以作为预测气候条件和树木生长量变化的基础。

年轮中秋材宽度的相对模数与太阳活动之间在各分辨率上的周期吻合情况与上述基本一致。

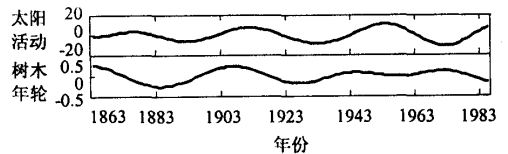
### 2.4 小波分析检验

以上分析太阳活动和树木年轮的周期性变化规律,在多个分辨率周期中,周期起的作用大小,可以

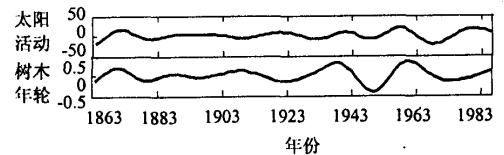
通过小波方差进行检验。小波方差计算公式

$$(W_{\psi}f)(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} [(W_{\psi}f)(a,b)]^2 db$$

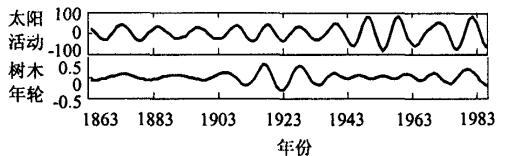
计算出小波方差  $(W_{\psi}f)(a)$ ,是一个关于时间尺度的函数。它的大小在一定程度上反映了时间尺度在时频域分析中的作用大小。对太阳活动的方差检验结果如图 3。从图 3 看出,太阳活动 80~90 a 周期的作用较大,其次是 11 a 周期,还可以看出,可能有超过 100 a 的周期作用更大。但对树木年轮的小波方差检验结果看,其周期的作用区分不明确。



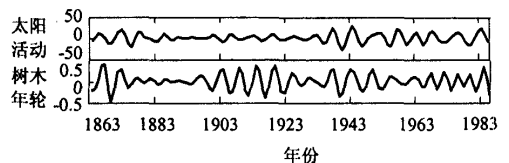
2<sup>4</sup>分辨率上太阳活动与树木年轮关系



2<sup>3</sup>分辨率上太阳活动与树木年轮关系



2<sup>2</sup>分辨率上太阳活动与树木年轮关系



2<sup>1</sup>分辨率上太阳活动与树木年轮关系

图 2 时间尺度上太阳活动与树木年轮的关系

Fig. 2 Relationship between solar and tree growth - ring on time scale

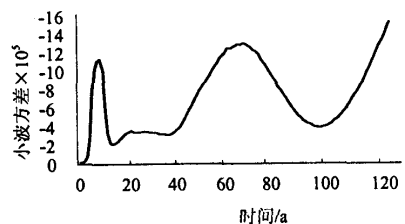


图 3 太阳活动小波方差检验

Fig. 3 Test of wavelet variance on solar activity

## 3 结论

Meyer 小波具有正交性,不仅小波空间之间保

持正交,而且小波空间内基本保持正交,从而系数之间没有线性相关性,故彼此间没有重叠信息。可以提取不同层次上相互独立的低频和高频小波系数。利用这些系数可以对不同时间尺度上的信号进行分解与重构,进而研究信息的变化规律。

1863~1985年的123 a间的太阳活动,在不同尺度上的周期性不同,分辨率越高,周期越长。在不同分辨率上的周期有80~90、33、22、11、6、3 a周期,其作用较大的周期是80~90 a和11 a周期。在低频上,太阳活动有随尺度增加的趋势。欧洲赤松林年轮的周期有80 a左右的周期以及40、15、10和5~6 a的周期。从逼近信息看,123 a来树木年轮宽度的相对模数的时间尺度基本平稳略有下降之势。

欧洲赤松林年轮宽度与太阳活动有密切关系,在 $2^4$ 分辨率上太阳活动与欧洲赤松林年轮相对指数都有3个周期,其中有2个周期基本吻合。在 $2^3$

分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有5个周期,其中有4个周期基本吻合。在 $2^2$ 分辨率上太阳活动与树木年轮相对指数都有11个周期,其中有9个周期基本吻合。利用这种关系可以作为预测气候条件和树木生长量变化的基础。

#### 参考文献:

- [1] 严华生,万云霞,邓自旺,等.用正交小波变换分析近百年来中国降水气候变化[J].大气科学,2004,28(1):151-157.
- [2] 刘俊萍,田峰巍,黄强,等.基于小波变换的黄河河川径流的变化规律研究[J].自然科学进展,2003,13(4):383-387.
- [3] 吴钦孝,弗·依·塔拉柯夫.树木气象学及其研究方法[J].中国科学院、水利部西北水土保持研究所集刊,1991,(14):1-8.
- [4] 胡昌华,张军波,夏军,等.基于MATLAB的系统分析与设计——小波分析[M].西安:西安电子科技大学出版社,1999.
- [5] 程正兴.小波分析算法与应用[M].西安:西安交通大学出版社,1998.
- [6] Sakurai A, Fujioka S. The current status of physiology and biochemistry of brassinosteroids[J]. A Review Plant Growth Regulation, 13:147-154.
- [7] Sasse J M. Recent progress in brassinosteroids research[J]. Physiol. Plant, 1997, 100:696-701.
- [8] Clouse S D, Sasse J M. Brassinosteroids: essential regulators of plant growth and development[J]. Annu. Rev. Plant Physiol. Plant Mol. Biol., 1998, 49:427-451.
- [9] Vladimir K, Vladimir Z, Aede D G. Twenty years of brassinosteroids: steroidal plant hormones warrant better crops for the 21st century[J]. Annals of Botany, 2000, 86:441-447.
- [10] 赵毓楠.油菜素内酯研究进展[J].植物学通报,1995,12:30-33.
- [11] 李凯荣,樊金栓.新型植物激素——油菜素内酯类在农林上的应用研究进展[J].干旱地区农业研究,1999,16(4):103-109.
- [12] Singh J, Nakamura S, Ota Y. Effect of epi-brassinolide on gram (*Cicer arietinum*) plant grown under water stress in juvenil stage[J]. Indian Journal of Agricultural Science, 1993, 63(7):395-401.
- [13] Sairam R K. Effect of homobrassinilide application on plant metabolism and grain yield under irrigated and moisture stress conditions of two wheat varieties[J]. Plant Growth Regulation, 1994, 14:173-179.
- [14] 邹华文.表高油菜素内酯浸种提高玉米抗旱性的影响[J].湖北农学院学报,2002,22(1):41-43.
- [15] 高俊凤.植物生理学实验技术[M].西安:世界图书出版公司,2000.56-202.
- [16] 李锦树,王洪春,王文英,等.干旱对于玉米叶片细胞透性及膜脂的影响[J].植物生理学报,1983,9(3):223-228.
- [17] 於丙军.盐胁迫对一年生野大豆幼苗活性氧代谢的影响[J].西北植物学报,2003,23(1):23-27.

(上接第11页)

万方数据