

基于混合效应模型的相容性削度-材积方程研究

李春明

(中国林业科学研究院 资源信息研究所,北京 100091)

摘要:为构建一个能够准确估计树干从地面到任意部位高度的直径和材积的相容性削度-材积方程,以吉林省汪清林业局金沟岭林场的冷杉解析木数据为例,选择基于材积比方程和基于积分方法这2种方法来构建相容性削度-材积方程系统。在模拟时,采用3种参数估计方法来估计2个系统中的削度方程、全树干材积和商品材材积方程的参数,并考虑样本间的随机效应。选择均方根误差和平均绝对残差等指标,对精度进行比较。最后发展出一个能够准确预测树干任意高度的直径、全树干材积和商品材材积的相容性削度-材积方程系统。结果表明,在2个相容性削度-材积系统中,采用削度方程参数估计方法提供了商品材材积和全树干材积的最差预测,似乎不相关参数方法在材积比方程方法构建的相容性削度-材积方程系统中的精度最高,商品材材积参数方法在积分方法构建的相容性削度-材积方程系统中的精度最高。2个相容性削度-材积系统中无论采用商品材材积参数估计方法还是削度方程参数估计方法,在考虑单木的随机效应后,模型的模拟和验证效果都得到很大的提高。基于积分方法的相容性削度-材积方程系统的模拟和验证精度要高于基于材积比方程方法的相容性削度-材积方程系统的模拟和验证精度。总体来说,相容性削度-材积方程系统可以保证削度方程、商品材材积方程和全树干材积方程在形式和算法上相容。

关键词:削度方程;相容性削度-材积方程;非线性似乎不相关回归;混合效应模型;商品材材积

中图分类号:S758

文献标志码:A

文章编号:1001-7461(2024)02-0210-07

Compatible Taper-Volume Equation Based on Mixed Effect Model

LI Chun-ming

(Research Institute of Forest Resource Information Techniques, CAF, Beijing 100091, China)

Abstract: A system of equations for compatible taper-volume equation system that allows for different definitions of tree volume was developed in this study. Using the fir stem analysis data of Jingouling Forest Farm, Wangqing Forestry Bureau, Jilin Province, the compatible taper-volume equation system was constructed based on volume ratio equation method and integration method. In fitting model, three parameter estimation methods were used to estimate the parameters of the taper equation, total volume and merchantable volume equation in both systems, and the random effects of sample trees was considered. The root mean square error and mean absolute residual were selected to compare the accuracy between different systems of equations. Finally, a compatible taper-volume equations system which could accurately predict the diameter of any height and total volume of the stem was developed. The taper equation parameter estimation method provided the worst prediction of the merchantable volume and the total volume, and also don't guarantee the best prediction of taper equation. After considered the tree's random effect, the simulation effect was greatly improved whether using the merchantable volume parameter estimation method or the taper equation parameter estimation method. The accuracy of the compatible taper-volume equation system

收稿日期:2023-02-21 修回日期:2023-04-11

基金项目:国家自然科学基金面上项目(31870624)。

第一作者:李春明,博士,副研究员。研究方向:森林生长模拟。E-mail:lichunm@ifrit.ac.cn

based on the integral method was higher than that of the volume ratio equation method. The compatible taper-volume equation system can ensure that the taper equation, the merchantable volume equation and the total volume equation are compatible in form and algorithm.

Key words: taper equation; compatible taper-volume equation; nonlinear seemingly unrelated regression; mixed effect model; merchantable volume

随着人类对木材需求的持续增加,对木材进行准确的材积预测已经引起关注^[1]。估计树干任意部分材积,特别是全树干材积以及商品材材积的预测方法,变得越来越重要^[2]。本研究在全树干材积指整个树干的材积,商品材材积是原木经造材后形成各种规格的经济用材。目前主要通过2种方法:一种是通过构建材积比方程来预测商品材材积^[3-4];另一种是通过构建削度方程^[5-6],并对削度方程进行积分,此方法能够提供商品材材积以及全树干材积。虽然从材积比方程来获取商品材材积相对容易,但是由于削度方程可获得树干任意部分的材积,可获取在给定任意高度的树干直径,并且允许对木材进行尺寸分类,逐渐获得偏爱^[7]。

削度方程被积分后获得的材积与材积方程获得的商品材材积和全树干材积经常不相等,在实际中的用处就很有限^[8]。很多研究要么是将削度方程拟合到削度数据^[9-10],要么是仅仅拟合商品材材积或者全树干材积方程^[11],并没有解决数值上相容的问题^[12]。为了解决这个问题,20世纪70年代相容性削度-材积方程系统理论被首次提出^[13]。与上述方法相比,相容性削度-材积方程能够提供很多优势,例如可加性和灵活性。此后,相容性削度和材积方程系统逐渐被扩展,并且出现了很多解决相容性问题的方法^[14-17]。为了确保相容性削度-材积方程在形式上保持一致,主要选择2种常用的方法:一种是首先构建削度方程,然后对削度方程进行积分得到商品材材积和全树干材积方程^[18]。虽然指数削度方程在预测树干削度时更加准确^[19],但获取并导出相容的全树干材积和商品材材积是几乎不可能的。因此在构建相容削度-材积方程时,只能选择简单削度方程和分段削度方程2种形式。二是通过对商品材材积方程进行微分,获得微分方程后得到一个相容的削度方程^[11-12]。由于任何形式的商品材材积方程,均可表示为全树干材积乘以材积比方程。因此,从商品材材积公式中获得一个相容性削度方程就变成了从材积比例函数中获取一个相容性削度方程。

实际上,构建相容性削度-材积方程不仅要保证模型形式上的相容,还需确保模型在参数上相容。为了确保相容性削度-材积方程系统参数之间数值的一致性,Zhao等^[20]采用3种方法来获取参数估

计。第1种是选择合适的削度方程来拟合削度数据^[11],然后推出商品材材积和全树干材积方程的参数;第2种是先选择适合的商品材材积方程对累积的材积数据进行拟合,然后推出全树干材积和削度方程的参数;第3种是采用似乎不相关估计方法(seemingly unrelated regression, SUR),同时对削度方程和商品材材积方程进行联立估计^[9-10, 17, 21-22]。结论认为3种方法可以保证削度方程和商品材材积方程和全树干材积方程在形式和算法上相容,但不能保证所有部分准确的估计。

在构建相容性削度-材积方程时,数据的来源与削度方程一样,都是对有代表性的树木进行树干解析获取各种数据。这些解析木数据来源于不同林分,林分密度和周围环境的不同会对树木干形的生长造成不同的影响,甚至同一林分内不同的树木由于自身的遗传因素会造成在干形上存在差异,另外由于解析木数据具有层次结构及重复测量的特点,如果采用传统的模型估计方法会造成模型精度不高等问题。混合效应模型方法可以很好地解决上述问题,并且在构建削度方程时得到了广泛的应用^[23-27]。

本研究以吉林省汪清林业局金沟岭林场云冷杉针阔混交林中的冷杉解析木数据为例,把数据分为2部分:一部分为模拟数据(约80%),一部分为验证数据(约20%)。为了确保模型在形式上相容,选择了2种方法构建相容性削度-材积方程系统,一种是基于Demaerschalk^[13]的材积方程,采用材积比方程方法推导出削度方程;另一种是基于Kozak等^[28]的简单多边形削度方程,通过积分推导出商品材材积和全树干材积方程。为了确保模型在参数上相容,选择了3种方法来估计削度方程、全树干材积方程和商品材材积方程的参数。在模拟过程中,基于混合效应模型方法考虑样木间的随机效应。选择均方根误差和平均绝对残差对基于混合效应模型方法的方程系统与传统的拟合方法的方程系统进行精度比较。最后发展出一个能够准确地预测全树干材积、商品材材积、树木任意高度的直径,以及任意直径处树高的相容性削度-材积方程系统。

1 材料与方法

1.1 研究区概况

本研究数据来源于吉林省汪清林业局金沟岭

林场在 1987 年设立的云冷杉针阔混交林样地 (20 m×30 m)。样地以冷杉(*Abies nephrolepis*)为主要优势树种,其他树种还有云杉(*Picea jezoensis* var. *micrisperma*)、红松(*Pinus koraiensis*)、白桦(*Betula platyphylla*)、水曲柳(*Fraxinus mandshurica*)和椴树(*Tilia tuan*)等。共选择了 95 株冷杉解析木数据,从中随机抽取了 75 株树木作为模拟

数据,20 株树木作为验证数据。解析木在伐倒后量测其胸径、树高和基部年龄。圆盘在胸径位置和 2 m 区分段位置截取,最后一段不足 2 m 时,在高于上一段 1 m 处截取最后一个圆盘。单木材积采用平均断面区分求积式进行计算。冷杉树种的胸径、树高及年龄等信息见表 1。

表 1 冷杉树种树干解析统计表

Table 1 Table of tree stem analysis of fir tree species

统计因子	数据类型	最大值	最小值	平均值	标准差
胸径/cm	模拟数据	26.3	8.0	17.4	3.5
	验证数据	27.4	15.7	22.4	3.1
树高/m	模拟数据	19.1	7.8	14.6	2.3
	验证数据	20	12.8	15.6	2.0
年龄/a	模拟数据	75	20	49	13
	验证数据	107	30	55	11
材积/m ³	模拟数据	0.491 2	0.022 3	0.192 9	0.089 1
	验证数据	0.597 4	0.069 2	0.272 0	0.107 1

1.2 研究方法

1.2.1 相容性削度-材积方程系统

1.2.1.1 材积比方程方法构建相容性削度-材积方程系统(S1) 首先采用 Demaerschalk^[13]的全树干材积方程,对其进行简化,然后再乘以材积比方程得出商品材材积方程,最后对商品材材积方程进行求导,得出削度方程。具体如下

$$V = a_1 D^2 H \quad (1)$$

材积比方程采用如下形式

$$R_h = 1 - \left(\frac{H-h}{H} \right)^3 \quad (2)$$

式中: R_h 为商品材与全树干材积的比值。则商品材材积为

$$V_T = V \cdot R_h$$

对商品材材积公式进行求导,则获得的削度方程为

$$d^2 = b_1 D^2 (1 - h/H)^2 \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{0.000\ 078\ 5b_1}{3}$$

式中: d 为树干 h 高处的带皮直径; D 为带皮胸径; H 为树高; h 为从地面起算到某一直径位置的高度。

1.2.1.2 积分方法构建相容性削度-材积方程系统(S2) 首先选择 Kozak 等^[28]的简单多边形削度方程,然后对削度方程进行积分,得到商品材材积方程,最后获得全树干材积方程,具体形式如下

$$d^2 = D^2 (b_1 (h/H - 1) + b_2 ((h/H)^2 - 1)) \quad (4)$$

对式(4)进行积分,获得商品材材积方程,具体如下

$$V_T = D^2 k h (b_1 \times (h/2H - 1) + b_2 (h^2/3H^2 - 1))$$

$$k = 0.000\ 078\ 5$$

(5)

当 $h = H$ 时,获得全树干材积方程为

$$V = -k (b_1/2 + 2b_2/3) D^2 H \quad (6)$$

$$k = 0.000\ 078\ 5$$

式中: $k = 3.141\ 592\ 6/400\ 00$,其余字母与上式一致。

1.2.2 相容性参数获取方法 相容性削度-材积方程包括 3 个部分:削度方程、商品材材积方程和全树干材积方程。要达到各部分方程在算法和参数上相容,可采取 3 种参数获取方法。

1.2.2.1 模拟削度方程(F1) 首先利用冷杉数据对 1.2.1.1 和 1.2.1.2 相容系统中的削度方程进行模拟,然后把模拟出的参数代入到商品材材积和全树干材积方程中,计算出商品材材积和全树干材积,最后比较模拟的精度。

1.2.2.2 模拟商品材材积方程(F2) 首先利用冷杉数据对 1.2.1.1 和 1.2.1.2 相容系统中的商品材材积方程进行模拟,然后把模拟出的参数代入到削度方程和全树干材积方程中,计算出树干不同高度的直径和全树干材积,最后比较模拟的精度。

1.2.2.3 削度-商品材材积联立方程系统(F3) 首先对 1.2.1.1 和 1.2.1.2 相容系统中的削度方程和商品材材积方程利用似乎不相关回归方法(seemingly unrelated regression, SUR)来估计联立方程组中的参数,削度方程和商品材材积共享一套参数,然后把参数代入全树干材积方程中,最后比较模拟

的精度。

1.2.3 混合效应模型 本研究在构建相容性削度-材积方程系统时,分别在削度方程和商品材材积方程上考虑样木的随机效应。

在考虑随机效应时,候选的削度方程和商品材材积方程一般表达形式如下

$$\begin{cases} y=f(\varphi_{ij},\nu_{ij})+\varepsilon_{ij}, & i=1,\cdots,M,j=1,\cdots,n_i \\ \varphi_{ij}=\mathbf{A}_{ij}\boldsymbol{\beta}+\mathbf{B}_{ij}\mathbf{b}_i \\ \varepsilon_{ij}\sim N(0,\sigma^2) & \mathbf{b}_i\sim N(0,\mathbf{D}) \end{cases} \quad (7)$$

式中: y 是第 i 个研究对象中第 j 次观测的直径平方值或商品材材积; M 是研究对象的数量,本研究具体指某一株解析木; n_i 是在第 i 个研究对象上观测的次数,本研究指某一株数木具体的某一圆盘编号; f 是真实值,是一个研究对象中具体参数向量 φ_{ij} 和变值向量 ν_{ij} 的可微函数, ε_{ij} 是服从正态分布的误差项; $\boldsymbol{\beta}$ 是 $(p \times 1)$ 维固定效应向量, \mathbf{b}_i 是带有方差协方差矩阵 \mathbf{D} 的 $(q \times 1)$ 维随机效应向量, \mathbf{A}_{ij} 和 \mathbf{B}_{ij} 是相应的设计矩阵。

1.2.4 模型评价和检验指标 AIC(akaike information criterion)、BIC(bayesian information criterion)和 $-2 \times$ 对数似然值 $(-2\log\text{likelihood}, -2\log L)$ 这 3 个指标被用来比较传统模型和混合效应

模型间的模拟效果。这 3 个值越小,说明此模型的模拟效果越好。对于 2 个模型间模拟效果差异是否显著,采用似然比卡方检验(LRT)来评价。

选择均方根误差(R_{MSE})和平均绝对残差 $(|\bar{E}|)$ 这 2 个指标对模型模拟精度进行计算。具体公式如下

$$|\bar{E}|=\frac{\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^n|(o_{\text{bj}ij}-e_{\text{st}ij})|}{N} \quad (8)$$

$$R_{\text{MSE}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^n(o_{\text{bj}ij}-e_{\text{st}ij})^2}{N-1}} \quad (9)$$

式中: $e_{\text{st}i}$ 为估计值; $o_{\text{bj}i}$ 为测量值; n 为解析木分段数; m 为解析木数量; N 为样本数。

2 结果与分析

为了确保相容性系统在模型形式和参数上保持一致,对冷杉解析木数据进行了 2 种相容性材积系统的模拟(S1 和 S2),参数采用了 3 种参数估计方法(F1、F2、F3)。由于目前在 F3 的参数获取方法上还没有实现基于混合效应模型方法的算法,所以只能分别在 F1 和 F2 参数获取方法的基础上考虑单木的随机效应。模型的模拟结果见表 2。

表 2 冷杉树种相容性削度-材积方程系统模拟结果
Table 2 The simulation results of compatible taper-volume equation system of fir

相容系统	参数估计方法	待估参数		AIC	BIC	$-2\log L$	LRT	p
		b_1	b_2					
S1	F1	1.458 7(0.010 6)***		7 311.0	7 320.1	7 307.0	13.3	<0.01
	F1 混合	1.478 3(0.015 3)***		7 299.7	7 306.7	7 293.7		
	F2	1.460 6(0.003 8)***		-4 221.0	-4 212.0	-4 225.0	367	<0.000 1
	F2 混合	1.503 4(0.010 4)***		-4 586.0	-4 579.0	-4 592.0		
	F3	1.469 6(0.003 7)***						
S2	F1	-2.572 6(0.050 1)***	1.156 5(0.041 4)***	7 258.6	7 272.2	7 252.6	7.7	<0.05
	F1 混合	-2.581 2(0.049 4)***	1.153 4(0.040 4)***	7 252.9	7 262.1	7 244.9		
	F2	-2.012 6(0.045 4)***	0.748 9(0.035 4)***	-4 542.0	-4 528.0	-4 548.0	1 289.0	<0.000 1
	F2 混合	-2.072 2(0.016 1)***	0.769 3(0.011 1)***	-5 829.0	-5 820.0	-5 837.0		
	F3	-2.408 9(0.040 3)***	1.052 6(0.031 6)***					

由于在 S2 系统中,同时在参数 b_1 和 b_2 上考虑随机效应,模型不能够收敛,则分别在 b_1 和 b_2 上模拟,最后选择模拟精度最高的参数作为随机效应参数,结果是在 b_1 上的模拟结果要好于在 b_2 上的模拟结果,所以 S1 和 S2 都是在 b_1 上考虑随机效应。模拟结果表明(表 2),S1 和 S2 2 个系统无论是 F1 和 F2 在考虑随机效应后,3 个指标值都明显降低,LRT 分析表明,差异均达到显著程度,模型的模拟精度都显著提高。

进一步利用均方根误差和平均绝对残差对模拟精度进行比较,具体结果见表 3。

由表 3 可以看出,2 个系统对于削度方程、商品材材积和全树干材积的表现都很好。在同一估计方法下,通过均方根误差和平均绝对残差进行比较,第 2 个系统提供了削度方程、商品材材积和全树干材积的最好预测。

在第 1 个相容性系统中,通过平均绝对残差和均方根误差进行比较,与 F1 和 F2 相比,F3 略微提高了削度方程和全树干材积的预测,3 个参数估计方法估计的商品材材积精度相同。在第 2 个相容性系统中,与 F1 和 F3 相比,F2 略微提高了削度方程、商品材材积和全树干材积方程的预测。2 个系统

中,F1 参数估计方法的模拟精度最低。

F3 系统采用了似乎不相关估计方法对参数进行估计,结果并没有像之前学者研究^[10,22]的那样要优于 F1 和 F2,只有在第 1 个系统中符合之前学者的研究结论。无论是 S1 和 S2,在考虑随机效应后,其均方根误差和平均绝对残差都明显降低,模拟精度明显提高,与表 2 的模拟效果一致。

表 3 冷杉树种的相容性削度-材积方程系统精度比较结果

Table 3 The comparison results of compatible taper-volume equation system for fir

系统	估计方法	削度方程		商品材材积方程		全树干材积方程	
		$ \bar{E} $	R_{MSE}	$ \bar{E} $	R_{MSE}	$ \bar{E} $	R_{MSE}
S1	F1	30.15	47.17	0.008 2	0.011 5	0.011 9	0.014 7
	mixed	29.44	44.40	0.006 9	0.009 4	0.010 7	0.013 0
	F2	30.14	47.17	0.008 2	0.011 5	0.011 8	0.014 6
	mixed	29.25	44.83	0.005 6	0.007 4	0.007 4	0.008 4
	F3	30.09	47.12	0.008 2	0.011 5	0.011 2	0.013 9
S2	F1	24.56	45.36	0.008 0	0.013 1	0.009 8	0.013 1
	mixed	24.15	43.51	0.006 4	0.008 8	0.006 9	0.009 1
	F2	23.71	44.59	0.006 3	0.009 1	0.009 5	0.012 4
	mixed	22.11	41.68	0.001 7	0.002 7	0.001 5	0.002 1
	F3	23.96	44.81	0.006 7	0.009 6	0.009 7	0.012 4

表 4 冷杉树种的相容性削度-材积方程系统精度验证结果

Table 4 The verification results of compatible taper-volume equation system of fir

系统	估计方法	削度方程		商品材材积方程		全树干材积方程	
		$ \bar{E} $	R_{MSE}	$ \bar{E} $	R_{MSE}	$ \bar{E} $	R_{MSE}
S1	F1	44.21	63.43	0.012 2	0.015 9	0.016 3	0.019 8
	mixed	43.79	62.63	0.008 5	0.011 2	0.010 9	0.012 2
	F2	44.20	63.41	0.012 1	0.015 9	0.016 3	0.019 6
	mixed	43.61	63.35	0.008 5	0.012 0	0.005 7	0.007 2
	F3	44.19	63.38	0.012 0	0.015 7	0.015 8	0.018 6
S2	F1	36.61	60.43	0.012 0	0.015 5	0.015 7	0.018 5
	mixed	34.57	57.71	0.009 0	0.011 2	0.007 1	0.008 8
	F2	34.76	58.79	0.009 4	0.012 3	0.014 9	0.017 5
	mixed	31.47	56.21	0.006 4	0.009 4	0.008 0	0.009 4
	F3	35.31	59.61	0.010 2	0.013 1	0.015 4	0.017 2

由表 4 可以看出,利用验证数据对模型的拟合效果进行评价,在不考虑随机效应时,S2 系统中无论是削度方程、商品材材积和全树干材积的均方根误差和平均绝对残差都要小于 S1 系统,说明采用 S2 系统的模拟和验证精度都要好于 S1 系统。在第 1 个系统中,F3 无论是削度方程、商品材材积和全树干材积验证的均方根误差和平均绝对残差最低,而 F1 的均方根误差和平均绝对残差最高,这与表 2 和表 3 的模拟结果一致。在 S2 系统中,F2 无论是削度方程、商品材材积和全树干材积验证的均方根误差和平均绝对残差最低,而 F1 的均方根误差和平均绝对残差最高,这也与模拟结果一致。同一个估计方法,与不考虑随机效应相比,在考虑随机效应

为了进一步验证上述模拟结果,利用均方根误差和平均绝对验证数据进行计算。其中不考虑随机效应的模型直接利用表 2 的模拟结果。而考虑随机效应的模型,首先选择验证数据(不参与建模的 20 株树木)来估计每株树木的随机效应值,然后再计算 2 个评价指标。随机效应参数值的计算方法参考 Vonesh 等^[29]。具体计算结果见表 4。

后,无论是削度方程,还是商品材材积和全树干材积,均方根误差和平均绝对残差都有所降低。

3 结论与讨论

1)研究结果表明,2 个相容性系统都表明模拟削度方程参数估计方法提供了商品材材积和全树干材积的最差预测。如果削度方程、商品材材积和全树干材积的所有数据都可用,则不建议使用此方法。通过均方根误差和平均绝对残差进行比较,与基于 Demaerschalk^[13]材积比方程方法构建的相容性削度-材积方程系统相比,采用基于 Kozak 等^[28]简单多边形削度方程进行积分构建的相容性削度-材积方程系统提供了削度方程、商品材材积和全树干材

积的最好预测。

2) 本研究中,材积比方程方法构建相容性削度-材积方程系统中采用似乎不相关参数估计方法精度要高于其他2种参数估计方法。而积分方法构建相容性削度-材积方程系统中,采用商品材材积的参数估计方法具有较低的均方根误差和平均绝对残差。这说明,似乎不相关参数估计方法并不一定比其他2种参数估计方法更精确。这与以往的结论并不完全一致^[10,22]。

3) 2个相容性削度-材积方程系统在考虑了单木的随机效应后,无论采用削度方程参数估计方法还是商品材材积参数估计方法,模型的模拟效果都得到很大的提高。说明在生产实际中,随机效应是一个不可忽略的因素,否则会大大降低模型的精度。由于本研究采用的冷杉解析木数据基本上是在同一块地上获取的,因此在分析时没有考虑样地间的随机效应,如果样地数量多、数据充分,样地间的效应是不能够忽略的。

4) 一般而言,构建的削度方程应满足2个条件:一是当树高 $h=1.3$ m 时,预测的直径等于树木的胸径;二是当树高 h 等于全树干高度 H 时,预测的直径为0。但是同时满足上述2点的削度方程,基本上都是指数削度方程形式^[30],往往不能通过积分方法写出其相应的材积公式。因此给计算材积带来麻烦,其用处就受到限制;大部分削度方程一般不能同时保证上述2点,例如简单削度方程和分段削度方程,即使削度方程拟合效果很好,也能够满足相容性的特点,但相容的材积方程可能达不到很好的精度效果,这是一个矛盾^[15,27]。在本研究中,无论是材积比方程方法构建的相容性削度-材积方程系统,还是积分方法构建的相容性削度-材积方程系统,都可以保证削度方程、商品材材积方程和全树干材积方程在形式和算法上相容,但并不能完全保证对系统中所有的分量能够准确估计。如何在追求构建能写出材积公式的相容性模型系统而损失模型的拟合精度,或者是追求模型的精度而忽略削度-材积模型之间的相容性之间选择,应根据具体生产要求的精度情况而定。

5) Demaerschalk^[13] 采用的是一致性削度/材积比系统,其全树干材积方程基本形式为 $V=a_1 D^{a_2} H^{a_3}$ 。为了达到与 Kozak 等^[28] 全树干材积比较的目的,本研究通过简化参数个数使其形式变为 $V=a_1 D^2 H$ 。在实际生产中,如果不进行比较则完全可以选择复杂的 Demaerschalk^[13] 形式。Max 等^[30] 6 参数削度方程被很多研究证实是非常好的构建削度方程的模型形式。在构建 S2 相容性削度-商

品材材积-全树干材积系统时,本研究同时也选择了 Max 等^[30] 削度方程来构建相容性削度方程-商品材材积-全树干材积方程系统。当采用 F1 的参数估计方法时,模型能够收敛,模拟效果也很好,但是采用 F2 和 F3 2 种参数估计方法时,模型均不能够收敛,无法进行更深入的分析和研究,因此本研究没有采纳。如果以后有充足的解析木数据或者其他树种的数据,可进一步采用此形式进行研究。

6) 目前编制出材率表主要是利用削度方程的方法,存在着通用性低,灵活性差等问题^[31-32]。随着相容性削度-材积方程研究的不断深入,相信未来编制的各材种出材率表精度会越来越高。

参考文献:

- [1] DiEGUEZ-ARANDA U, CASTEDO-DORADO F, ÁLVAREZ-GONZÁLEZ J, *et al.* Compatible taper function for Scots pine plantations in Northwestern Spain [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2006, 36, 1190-1205.
- [2] ODERWALD R G, POPESCU S. A simplified method of predicting percent volume in log portions [J]. *Southern Journal of Applied Forestry*, 2003, 27(3): 149-152.
- [3] CAO Q V, BURKHART H E, MAX T A. Evaluations of two methods for cubic-foot volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit [J]. *Forest Science*, 1980, 26: 71-80.
- [4] REED D D, GREEN E J. Compatible stem taper and volume ratio equations [J]. *Forest Science*, 1984, 30(4): 977-990.
- [5] KOZAK A. A variable-exponent taper equation [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 1988, 18: 1363-1368.
- [6] BI H. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus [J]. *Forest Science*, 2000, 46: 397-409.
- [7] NUNES L, TOME J, TOME M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2010, 40: 747-760.
- [8] ZHAO D H, KANE M. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine [J]. *Forest Science*, 2017, 63(3): 261-269.
- [9] OZCELIK R, CAO Q V. Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of black pine in Turkey [J]. *Forest Science*, 2017, 63(4): 349-355.
- [10] FANG Z, BORDER B E, BAILEY R L. Compatible volumetaper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors [J]. *Forest Science*, 2000, 46(1): 1-12.
- [11] LYNCH T B, ZHAO D H, HARGES W, *et al.* Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2017, 47: 1424-1431.
- [12] BAILEY R L. A compatible volume-taper model based on the Schumacher and Hall generalized constant form factor volume equation [J]. *Forest Science*, 1994, 40(2): 303-313.
- [13] DEMAERSCHALK J P. Converting volume equations to compat-

- ible taper equations[J]. *Forest Science*, 1972, 18: 241-245.
- [14] SHARMA M, ODERWALD R G. Dimensionally compatible volume and taper equations[J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2001, 31: 797-803.
- [15] JIANG L C, BROOKS J R, WANG J. Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia[J]. *Forest Ecology and Management*, 2005, 213: 399-409.
- [16] BROOKS J R, JIANG L C, CLARK A. Compatible taper, volume and weight equations for young longleaf pine in South-west Georgia[J]. *Southern Journal of Applied Forestry*, 2007, 31: 187-191.
- [17] JIANG L C, BROOKS J R. Taper, volume and weight equations for red pine in West Virginia[J]. *Northern Journal of Applied Forestry*, 2008, 25: 151-153.
- [18] JORDAN L, BERENHAUT K, SOUTER R, *et al.* Parsimonious and completely compatible taper, total, and merchantable volume models[J]. *Forest Science*, 2005, 51(6): 578-584.
- [19] LI R X, WEISKITTEL A R. Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region[J]. *Annual of Forest Science*, 2010, 67: 302.
- [20] ZHAO D H, LYNCH T B, WESTFALL J, *et al.* Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems[J]. *Forest Science*, 2019, 65(1): 1-13.
- [21] COBLE D W, HILPP K. Compatible cubic-foot stem volume and upper-stem diameter equations for semi-intensive plantation grown loblolly pine trees in East Texas[J]. *Southern Journal of Applied Forest*, 2006, 30(3): 132-141.
- [22] 姜立春, 李凤日, 刘瑞龙. 兴安落叶松树干削度和材积相容模型[J]. *北京林业大学学报*, 2011, 33(5): 1-7.
- JIANG L C, LI F R, LIU R L. Compatible stem taper and volume models for dahurian larch[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2011, 33(5): 1-7. (in Chinese)
- [23] TRINCADO G, BURKHART H E. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curves[J]. *Forest Science*, 2006, 52(6): 670-682.
- [24] LEJEUNE G, UNG C H, FORTIN M, *et al.* A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce[J]. *European Journal of Forest Research*, 2009, 128(5): 505-513.
- [25] CAO Q V, WANG J. Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations[J]. *Forest Ecology and Management*, 2011, 262(4): 671-673.
- [26] 姜立春, 刘瑞龙. 基于非线性混合模型的落叶松树干削度模型[J]. *林业科学*, 2011, 47(4): 101-106.
- JIANG L C, LIU R L. A step taper model with nonlinear mixed effects for Dahurian Larch[J]. *SCIENTIA SILVAE SINICAE*, 2011, 47(4): 101-106. (in Chinese)
- [27] LI R X, WEISKITTEL A, DICK A R, *et al.* Regional stem taper equations for eleven conifer species in the Acadian region of north America: development and assessment[J]. *Northern Journal of Applied Forestry*, 2012, 29(1): 5-14.
- [28] KOZAK A, MUNRO D D, SMITH J H G. Taper functions and their application in forest inventory[J]. *Forest Chronical*, 1969, 45(4): 278-283.
- [29] VONESH E, CHINCHILLI V M. 1997. Linear and nonlinear models for the analysis of repeated measurements[D]. New York: Marcel Dekker.
- [30] MAX T A, BURKHART H E. Segmented polynomial regression applied to taper equation[J]. *Forest Science*, 1976, 22: 283-289.
- [31] 庞丽峰, 李毅, 张劳模, 等. 基于 Arc Engine 计算机理论造材系统研建[J]. *西北林学院学报*, 2019, 34(6): 184-190.
- PANG L F, LI Y, ZHANG L M, *et al.* Establishment of computerized theoretical bucking system based on Arc Engine[J]. *Journal of Northwest Forestry University*, 2019, 34(6): 184-190. (in Chinese)
- [32] 李婷婷, 郑小贤, 宁杨翠, 等. 出材率表简易编制方法研究——以浙江省开化林场人工林为例[J]. *西北林学院学报*, 2012, 27(1): 155-157.
- LI T T, ZHENG X X, NING Y C, *et al.* A simple method for construction of timber produced rate table—a case of Kaihua forest farm[J]. *Journal of Northwest Forestry University*, 2012, 27(1): 155-157. (in Chinese)